



AKILLI İÇERİK OLMADAN;

AKILLI TAHTA,

TEKNOLOJİK BİR TAHTA

OLMAKTAN

ÖTEYE GEÇEMEZ..!

a akıllı ders defteri
akıllı tahta içeriği

ELFi YAYINCILIK
Elmas Fikirler



YAYIN KURULU

Hazırlayanlar

Saygın KIRILMAZ , Tolga TANIŞ , Simay AYDIN

YAYINA HAZIRLAYANLAR KURULU

Kurumsal Yayınlar Yönetmeni

Saime YILDIRIM

Kurumsal Yayınlar Birimi – Dizgi & Grafik

Mustafa Burak SANK & Ezgi GÜLER & Meltem TEMEL

Sumru ALMACAK & Gamze KAYA & Pınar KORKMAZ

Yasin ÇELEBİ & Reyhan KARAHASANOĞLU

Baskı - Cilt

Neşe Matbaacılık Yayıncılık Sanayi ve Tic. A.Ş.

Adres:Akçaburgaz Mh. Mehmet Deniz Kopuz Sk. No:17

3.Bodrum Esenyurt / İSTANBUL

Yayıncı Sertifika No: 32077

Matbaa Sertifika No: 22861

ISBN: 978-605-9213-45-5

İstanbul – 2015

Bu eserin her hakkı saklı olup tüm hakları Elfi Yayıncılık'a aittir. Kısmi de olsa alıntı yapılamaz, metin ve soruları aynen değiştirilerek elektronik, mekanik, fotokopi ya da başka bir sistemle çoğaltılamaz, depolanamaz.

Copyright © Tüm Hakları Saklıdır.

11. SINIF

MATEMATİK

AKILLI DERS DEFTERİ

Defterlerimizi Tanıyalım



Neler Öğreneceğim?

Ünite konularının belirtilerek soru tarzında öğrencinin ilgisini çekecek şekilde yazıldığı bölümdür.



Örnek

Konu ile ilgili verilen örnekler bölümüdür.



Dikkat

Konu ile ilgili dikkat edilmesi gereken, uyarılar, notlar vb.



Notlarım

Öğrencinin akıllı defter üzerinde not tutması için ayrılan bölümlerdir.



Çöz Öğren

Derste işlenen konuların öğrenilip pekiştirilmesi için öğrencilerin çözeceği açık uçlu veya çoktan seçmeli sorulardır.



Haydi Sen Yap

Derste işlenen konular ile ilgili öğrencilerin bireysel, arkadaşlarıyla veya ailesiyle birlikte gerçekleştirebileceği ders dışı müze önerisi, roman tavsiyesi, atölye çalışması, bilimsel çalışmalar, vb. içeriklerin yer aldığı hareketli kutudur.

Defterlerimizi Tanıyalım



Bunları Biliyor Musun?

Konu ile ilişkili gerçek hayattan merak uyandıracak ilginç bilgiler bölümüdür.



Etkinlik Sayfam

Ders esnasında öğrencilerin bireysel veya grupta çalışacağı konu ile ilgili üst düzey düşünme becerileri kazandıran çalışma sayfasıdır.



Ne Kadar Öğrendim?

İlgili ünitedeki bölümleri veya konuları öğrencinin ne kadar öğrendiğini test edecek açık uçlu ve çoktan seçmeli sorulardan oluşan bölümdür.



Biraz Ara Verelim

Konu ile ilgili oyun, bulmaca, zeka soruları vb. eğlence köşeleridir. Ünite sonunda veya konu aralarında olabilir.



Ünite Özetim

Ünitenin sonunda yer alan üniteyi özetleyen kavram ağlarıdır.



Ünite Değerlendirme

Ünite sonunda ilgili üniteye tüm bölümleri ve konu / kavramları içerecek şekilde klasik ve / veya test türündeki soruları içeren bölümdür.

İÇİNDEKİLER

1. ÜNİTE : MANTIK

1. Önermeler ve Bileşik Önermeler	10
Ne Kadar Öğrendim	13
Etkinlik Sayfam	14
Ne Kadar Öğrendim	16
Ne Kadar Öğrendim	18
2. Açık Önermeler ve İspat Teknikleri	20
Ünite Özetim	24
Ünite Değerlendirme	28

2. ÜNİTE : MODÜLER ARİTMETİK

1. Bölünebilme	32
2. Modüler Aritmetikte İşlemler	33
Ünite Özetim	38
Ünite Değerlendirme	39

3. ÜNİTE : DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ

1. Doğrusal Denklem Sistemlerinin Çözümü	44
Ne Kadar Öğrendim	46
2. II. Dereceye Dönüştürülebilir Denklemler ve Denklem Sistemleri	47
Ne Kadar Öğrendim	51
3. II. Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlikler	52
Ne Kadar Öğrendim	60
4. II. Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlik Sistemleri	61
Ne Kadar Öğrendim	65
Ünite Özetim	66
Ünite Değerlendirme	68

4. ÜNİTE : TRİGONOMETRİ

1. Yönlü Açılar	72
Ne Kadar Öğrendim	77
2. Trigonometrik Fonksiyonlar	78
Ne Kadar Öğrendim	86
2.1 İndirgenme Formülleri	89
Ne Kadar Öğrendim	92

İÇİNDEKİLER

2.2 Trigonometrik Fonksiyonların Sıralanması	93
Ne Kadar Öğrendim	94
2.3 Trigonometrik Fonksiyonların Periyotları	95
2.4 Trigonometrik Fonksiyonların Grafikleri	95
2.5 Ters Trigonometrik Fonksiyonlar	98
Ne Kadar Öğrendim	102
3. İki Açının Ölçüleri Toplamının ve Farkının Trigonometrik Değeri	103
3.1 Toplam Fark Formülleri	103
Ne Kadar Öğrendim	107
3.2 Yarım Açılı Formülleri	109
Ne Kadar Öğrendim	113
3.3 Dönüşüm Formülleri	114
Ne Kadar Öğrendim	116
4. Trigonometrik Denklemler	117
Ne Kadar Öğrendim	125
Ünite Özetim	126
Ünite Değerlendirme	129

5. ÜNİTE : ÜSTEL VE LOGARİTMİK FONKSİYONLAR

1. Üstel Fonksiyon	140
2. Logaritma Fonksiyonu	141
Ne Kadar Öğrendim	147
2.1 Bayağı Logaritma	148
2.2 Doğal Logaritma	148
Ne Kadar Öğrendim	149
2.3 Logaritma Fonksiyonun Özellikleri	150
Ne Kadar Öğrendim	153
Ne Kadar Öğrendim	156
Ne Kadar Öğrendim	160
Ne Kadar Öğrendim	164
2.4 Logaritmik İfadelerin Sayısal Değerleri	165
2.5 Logaritma Fonksiyonun Grafiği	166
Ne Kadar Öğrendim	168
3. Üstel ve Logaritmik Denklem ve Eşitsizlikler	169
3.1 Üstlü Denklemler	169
Ne Kadar Öğrendim	171
3.2 Logaritmik Denklemler	172
Ne Kadar Öğrendim	175
3.3 Üstlü Eşitsizlikler	176
Ne Kadar Öğrendim	177

İÇİNDEKİLER

3.4 Logaritmik Eşitsizlikler	178
Ünite Özetim	182
Ünite Değerlendirme	183

6. ÜNİTE : DİZİLER

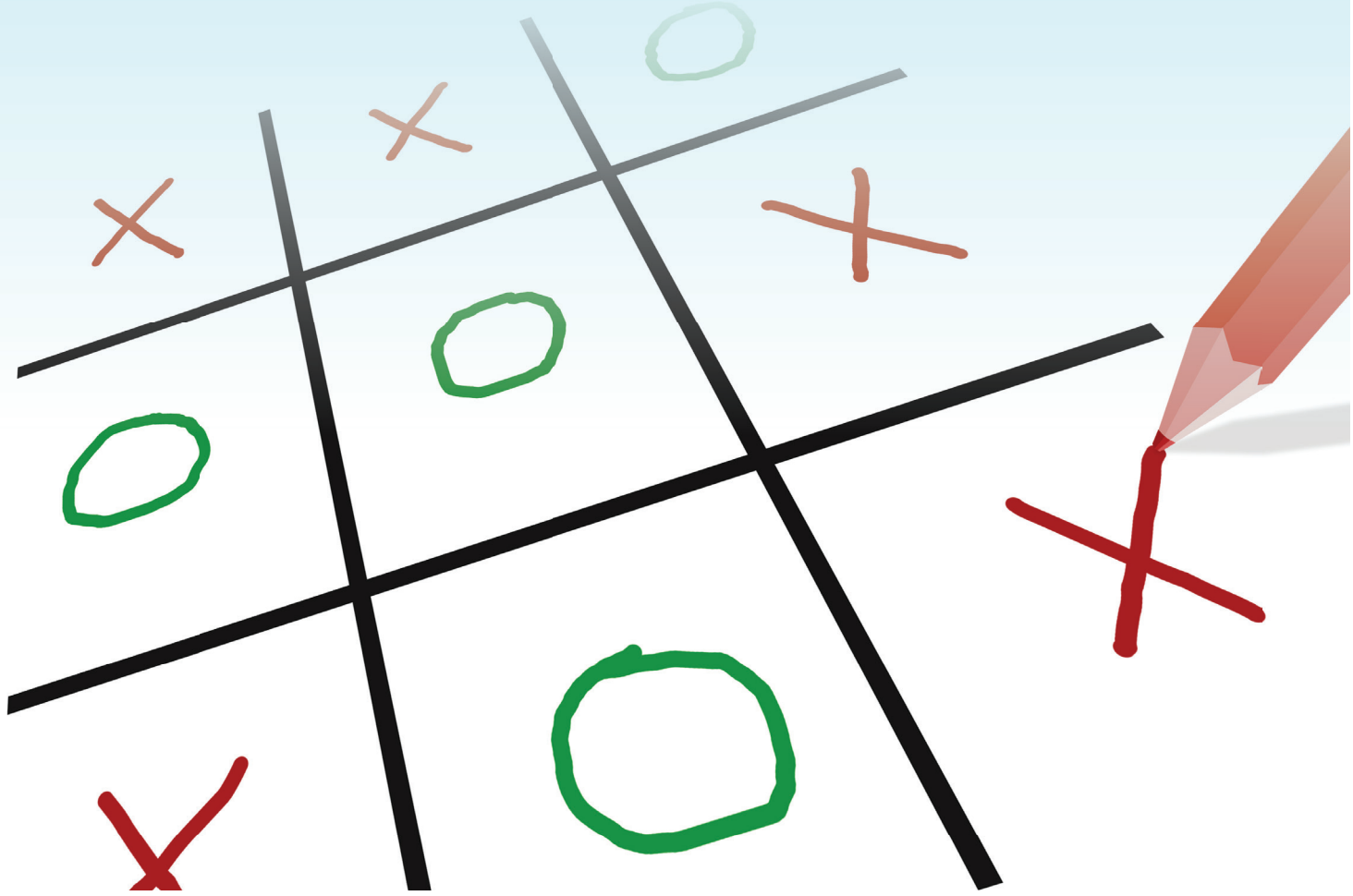
1. Gerçek Sayı Dizileri	192
Ne Kadar Öğrendim	197
Ne Kadar Öğrendim	201
1.1 Sonlu Dizi	202
1.2 Sabit Dizi	202
1.3 İki Dizinin Eşitliği	203
1.4 Dizilerde İşlemler	203
Ne Kadar Öğrendim	206
1.5 Monoton Diziler	207
Ne Kadar Öğrendim	209
1.6 Aritmetik Dizi	210
1.6.1 Aritmetik Dizinin İlk n Terim Toplamı	215
Ne Kadar Öğrendim	217
1.7 Geometrik Dizi	218
1.7.1 Geometrik Dizinin İlk n Terim Toplamı	224
Ne Kadar Öğrendim	227
Ünite Özetim	228
Ünite Değerlendirme	231

7. ÜNİTE : DÖNÜŞÜMLER

1. Analitik Düzlemde Temel Dönüşümler	240
1.1 Öteleme, Dönme ve Yansıma Dönüşümleri	240
Ne Kadar Öğrendim	245
Ne Kadar Öğrendim	252
2. Öteleme, Yansıma, Dönme Uygulamaları	253
Ünite Özetim	255
Ünite Değerlendirme	256

Ünite 1

MANTIK



Neler Öğreneceğim?

1. Önerme nedir?
2. Bileşik önerme nedir?
3. Kümelerle önermeler arasında nasıl bir ilişki var?
4. Koşullu önerme ve iki yönlü koşullu önerme nedir?
5. Totoloji ve çelişki nedir?
6. Açık önerme nedir?
7. Niceleyici nedir?
8. İspat yöntemleri nelerdir?



Ne Kadar Öğrendim?

1. $(p' \vee q) \vee q$ önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) 0 B) 1 C) p D) q E) $p \vee q$

2. $(p' \vee q) \wedge (p \wedge q')$ önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) 0 B) 1 C) p D) q E) p'

3. $p \wedge (q \vee r) = 1$ olduğuna göre, p,q ve'nin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) (1,0,0) B) (1,1,0) C) (0,1,0)
D) (0,0,1) E) (0,1,1)

4. Aşağıdakilerden hangisi bir önerme değildir?

- A) 5 tek sayıdır.
B) 7 sayısı 9 sayısından büyüktür.
C) Dünya kendi eksenini etrafında döner.
D) Maç kaç kaç biter?
E) Çalışırsan başarısın.

5. Aşağıdakilerden hangisi "Yazın kar yağmaz" önermesinin değildir?

- A) Kışın kar yağmaz.
B) Yazın kar yağar.
C) Yazın kar yağabilir.
D) Kışın kar yağar.
E) Kışın kar yağabilir.

6. $p = 0$ ise $(p' \wedge q) \vee p$ önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) 0 B) 1 C) p D) q E) $p \vee q$

7. $(p' \wedge q) \vee r$ bileşik önermesinin olumsuzu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(p \wedge q') \wedge r'$
B) $(p' \wedge q) \vee r'$
C) $(p \vee q') \wedge r'$
D) $(p \vee q') \vee r'$
E) $(p' \wedge q) \wedge r'$

8. $p \vee (p \vee q')$ bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $p' \wedge q$ B) $p' \vee q$ C) $p \vee q'$
D) $p \wedge q'$ E) $p \vee q$



Ne Kadar Öğrendim?

1. $p \Rightarrow q \equiv 0$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $p \wedge q \equiv 0$ B) $p \vee q \equiv 1$
 C) $p' \vee q \equiv 1$ D) $p \wedge q' \equiv 1$
 E) $p' \vee q' \equiv 1$

2. $(p \wedge q) \Rightarrow r \equiv 0$ olduğuna göre, p, q, ve r'nin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (0,0,1) B) (0,1,0) C) (1,0,1)
 D) (1,1,0) E) (0,0,0)

3. $(p \wedge q) \wedge q'$ önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $p \wedge q$ B) $p \vee q$ C) $(p \vee q')$
 D) $(p \wedge q)'$ E) $p' \vee q$

4. $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) 0 B) 1 C) p D) q E) p'

5. Aşağıdakilerden hangisi kesinlikle yanlıştır?

- A) $(p \Rightarrow p) \equiv 1$ B) $(p \Rightarrow p') \equiv 0$
 C) $(p \Rightarrow 0) \equiv 1$ D) $(p \Rightarrow q) \vee p' \equiv 0$
 E) $(p \Rightarrow p') \equiv p'$



Ne Kadar Öğrendim?

1. $(p \Leftrightarrow p')$ $(q \Leftrightarrow q)$ önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) 0 B) 1 C) p D) q E) $p \Rightarrow q$

2. $p \Leftrightarrow q \equiv 1$ ve $q \Leftrightarrow r \equiv 0$ olduğuna göre p, q ve r'nin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) (1,0,0) B) (0,0,1) C) (1,1,1)
D) (1,0,1) E) (0,0,0)

3. $a \in A$ önermesi p, $b \in B$ önermesi q ve $c \in C$ önermesi r ile gösterildiğine göre, $A = B \cap C$ eşitliğini aşağıdakilerden hangisi ifade etmektedir?

- A) $p \equiv (q \wedge r)$
B) $p \Rightarrow (q \vee r)$
C) $p \Leftrightarrow (q \wedge r)$
D) $p \Leftrightarrow (q \vee r)$
E) $p \equiv (q \vee r)$

4. $p \Leftrightarrow (p \vee q)$ önermesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $q \vee p$ B) $q' \wedge p$ C) $q \Rightarrow p$
D) $p \Rightarrow q$ E) $q \wedge p$

Gerektirme

$p \Rightarrow q$ önermesinin doğruluk değeri oluyorsa, bu önermeye denir.



Çöz Öğren

Aşağıdaki önermelerden hangileri gerektirmezdir?

- a) $9 \Rightarrow p$
b) $(1 \vee 0) \Rightarrow 0$
c) $(p \wedge p') \Rightarrow (q \vee q')$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Totoloji ve Çelişki

Doğruluk değeri daima 1 olan bileşik önermelere, doğruluk değeri daima 0 olan bileşik önermelere denir.



Örnek

$(1 \vee 0) \wedge (0 \vee 1)$ önermesi totoloji ya da çelişki midir?

Çözüm:

\vee ve \wedge tablosuna göre
 $(1 \vee 0) \wedge (0 \vee 1) \equiv 1 \wedge 1 \equiv 1$ olduğundan bu önerme totolojidir.



Çöz Öğren

$(p \Rightarrow q) \vee p$ önermesi totoloji ya da çelişki midir?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



Notlarım



Çöz Öğren

$(p \vee p') \wedge (p \wedge 1)$ önermesi totoloji ya da çelişki midir?

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Açık Önermeler ve İspat Teknikleri

Niceleyiciler

"Her" ve "Bazı" sözcüklerine niceleyiciler denir.

"Her" niceleyicisi önüne geldiği elemanların tamamını anlattığı için bu niceleyiciye evrensel niceleyici denir ve semblöü ile gösterilir.

"Bazı" niceleyicisi en az bir tane anlamında kullanıldığı için bu niceleyicilere varlıksal niceleyici adı verilir ve sembolü ile gösterilir.



Çöz Öğren

$\forall x$ reel sayısı için $x^2 + 1 > 0$ önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



Çöz Öğren

x bir reel sayı olmak üzere, $\exists x, x^2 - 1 < 0$ önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Açık Önermeler ve İspat Teknikleri

Açık Önerme

İçinde en az bir değişken bulunan ve bu değişkenlere verilen değerlerle doğru ya da yanlış olduğu belirlenebilen ifadelere denir.



Çöz Öğren

$\{-4, -3, 3, 4\}$ kümesi üzerinde tanımlı, $g(x)$: " $3x - 1 \leq 2$ " açık önermesinin çözüm kümesini bulunuz.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



Çöz Öğren

p : " $x: x \in Z$ ve $x^2 - 4 = 0$ " açık önermesinin doğruluk kümesini bulunuz.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Tanım, Aksiyom, Teorem, İspat

Tanım

Bir terimi tanımlamak demek, o terimin özelliklerini, tanımsız terimler ve daha önce tanımlanmış terimler yardımıyla belirtmek demektir. Bir tanım yapılırken; tanım tutarlı olmalı, daha önce verilen tanımlarla çelişmemeli ve tanımlanan terimin sağlayacağı özellikler kesin olarak ortaya konmalı, şüpheli durumlar ortaya çıkmamalıdır.

Aksiyom

Doğruluğunu ispatlayamayan ama doğru olduğu kabul edilen önermelere denir.



Notlarım

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Teorem

Doğruluğunu ispatlayabildiğimiz önermelere denir. p bir doğru önerme iken $p \Rightarrow q$ önermesi doğru ise $p \Rightarrow q$ ifadesine bir teorem denir.

$p \Rightarrow q$ teoreminde; p önermesine
 q önermesine denir. Bir teoremden hem hipotez hem de hüküm birer doğru önermedir.

İspat

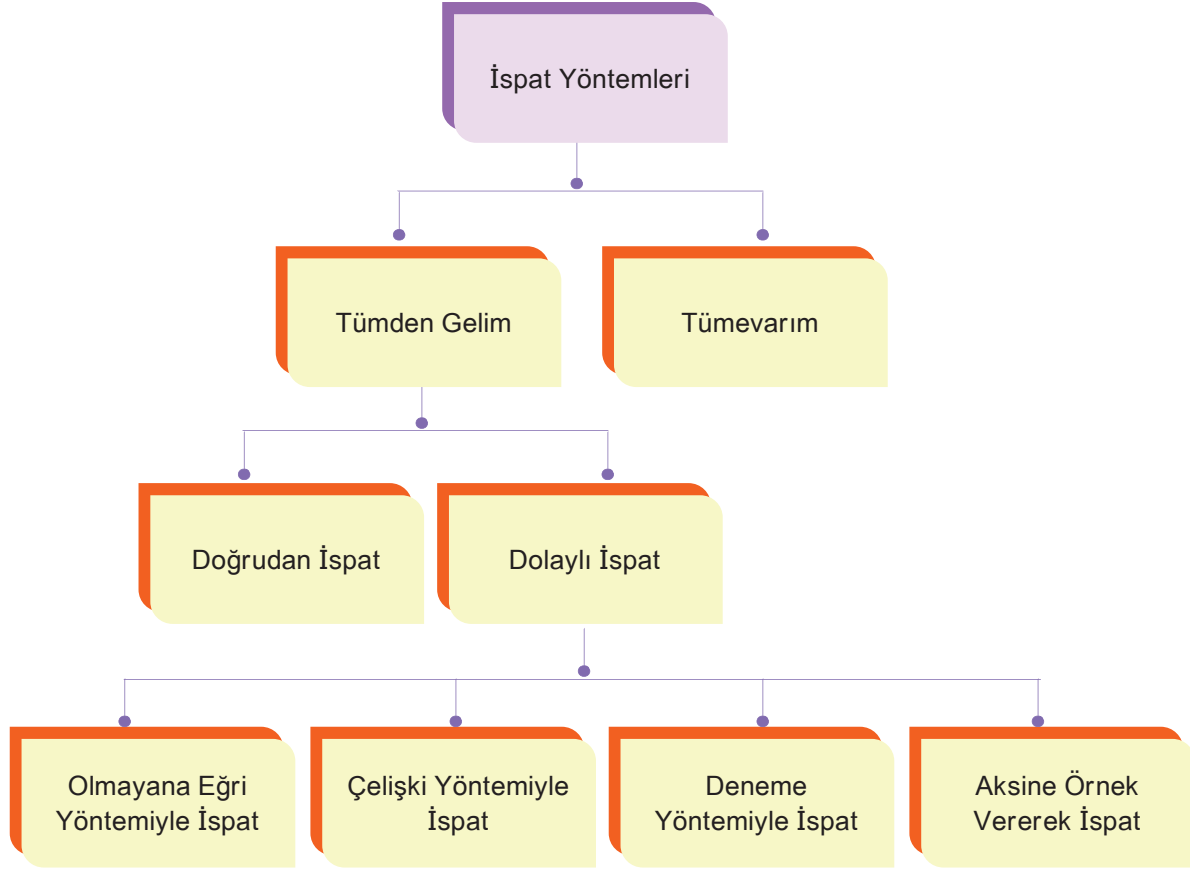
Matematikte aksiyomlar dışında her teoremin ispatlanması gerekir.

$p \Rightarrow q$ biçimindeki bir teoremden, p hipotezinin doğruluğundan hareket ederek q hükümünün doğru olduğunu göstermeye denir.

İspat Yöntemleri

Matematikte sonuç çıkarmaya yarayan tümenden gelim ve tüme varım ispat yöntemleri vardır. Tümenden gelim, genel kuralların çıkarılması yöntemidir. Tüme varım ise, özel kurallarda hareketle genel kurallara ulaşma yöntemidir.

Bir teorimi ispatlamanın doğrudan, dolaylı, olmayana ergi, tüme varım, tümenden gelim, deneme, aksine örnek verme (çelişki bulma) gibi yöntemleri vardır.



Doğrudan İspat Yöntemi

Teorem: a ve b çift sayılar ise $a + b$ çift sayıdır.

Hipotez: a ve b çift sayılar

Hüküm: $a + b$ çifttir.

İspat: $a = 2k$ ve $b = 2m$ olsun ($k, m \in \mathbb{Z}$)

$a + b = 2k + 2m = 2(k + m)$ olur.

$k, m \in \mathbb{Z}$ ise $k + m \in \mathbb{Z}$ olduğundan $2(k + m)$ çifttir.

$a + b =$ çifttir.



Çöz Öğren

n tek tamsayı ise $n^2 - 1$ sayısının 8 ile tam bölünebildiğini doğrudan ispat yöntemi ile ispatlayınız?

--



Notlarım

--

Çelişki Yöntemiyle İspat

$p \Rightarrow q$ doğru ise bir önerme ise $(p \Rightarrow q)'$ değil yanlışı önerme olur. Bu durumda; $(p \Rightarrow q)' \equiv 0$ bulunursa $p \Rightarrow q \equiv 1$ olduğu ispatlanmış olur.

Teorem: x çift sayı ise, $x + 5$ tek sayıdır önermesini çelişki yöntemiyle ispatlayalım.

İspat: $p \Rightarrow q$: (x çift $\Rightarrow x + 5$ tektir)
 $(p \Rightarrow q)'$: $(p' \vee q)' \equiv p \wedge q' \equiv 0$ olduğuna gösterelim.
 $p \wedge q' \equiv 0$
 $(x$ çift ve $x + 5$ tek değildir)
 $1 \wedge 0 \equiv 0$

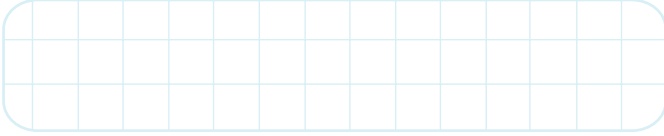
Böylece biz $p \wedge q'$ önermesinin yani $(p \Rightarrow q)'$ önermesinin yanlışı olduğunu ispatladık.

$(p \Rightarrow q)' \equiv 0$ ise $(p \Rightarrow q) \equiv 1$ olur.
 $p \Rightarrow q$ doğru bir önermedir.
 x çift ise $x + 5$ tek olur.



Çöz Öğren

" n doğal sayı ise $(2^{2n} + 1)$ asal sayıdır." teoremini çelişki yöntemiyle ispatlayınız.



Karşit Ters: (Olmayan Eğri) Yöntemi

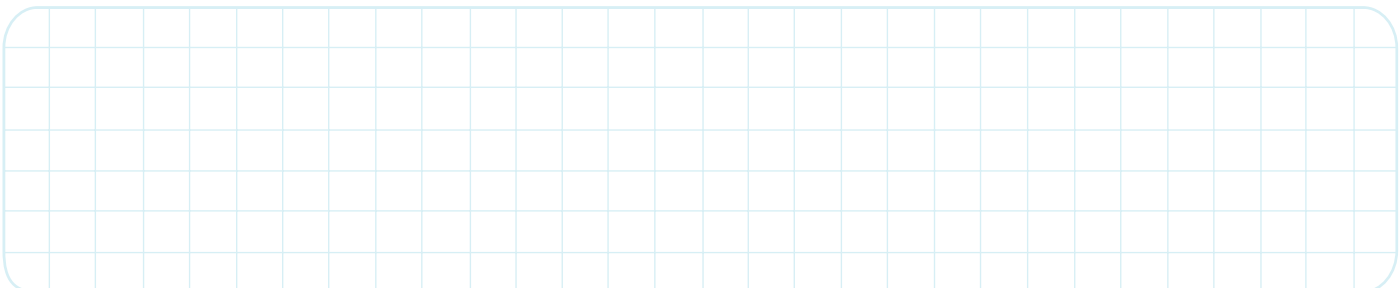
$p \Rightarrow q$ bileşik önermesinin karşit tersine $q' \Rightarrow p'$ denk olduğunu öğrenmiştik.

$$(p \Rightarrow q) \equiv (q' \Rightarrow p')$$

Bu yöntemde, $p \Rightarrow q$ 'nun doğruluğunu $q' \Rightarrow p'$ 'nin doğruluğunu göstererek ispatlayacağız.



Notlarım



Teorem: " $x = 5$ ise $3x + 2 = 17$ dir." önermesini karşit ters yöntemi ile ispatlayalım.

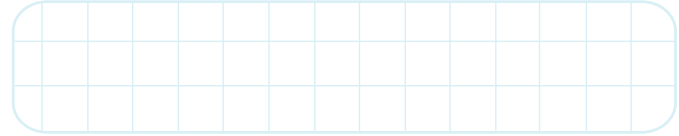
İspat: $p \Rightarrow$ " $x = 5 \Rightarrow 3x + 2 = 17$ "
 $q' \Rightarrow p'$: " $3x + 2 \neq 17$ ise $x \neq 5$ " olduğunu gösterelim
 $3x + 2 \neq 17$
 $3x \neq 15$
 $x \neq 5$ böylece $3x + 2 \neq 17 \Rightarrow x \neq 5$ olduğunu göstermiş olduk.

$q' \Rightarrow p'$ ile $p \Rightarrow q$ birbirine denk olduğundan $p \Rightarrow q$ nun doğruluğu ispatlanmış olur.



Çöz Öğren

" $x = 3$ ise $2x - 5 = 1$ dir" teoremi karşit ters yöntemiyle ispatlayınız.



Aksine Örnek Verme Yöntemi

Teorem: " $x < 5$ ise $x^2 < 10$ olur." önermesi aksine örnek verme yöntemi ile ispatlayalım.

İspat: $x = 4$ için $x^2 = 16$ olur.
 $16 > 10$ olduğundan önerme yanlışı olur.



Çöz Öğren

" $x^2 = 9$ ise $x = 3$ tür." önermesinin doğru olup olmadığını aksine örnek verme yöntemiyle ispatlayınız.

Tümevarım Yöntemi

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere, $P(n)$ açık önermesinin doğruluğunu kanıtlamak için;

- $P(1)$ önermesinin doğruluğu gösterilir.
- $P(n)$ önermesinin doğruluğu kabul edilir.
- $P(n)$ önermesi doğru ise $P(n+1)$ önermesinin doğruluğu araştırılır.



Notlarım



Çöz Öğren

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için,
 $P(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}$ olduğunu tümevarım yöntemi ile ispatlayınız.



Çöz Öğren

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için,
 $P(n) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ olduğunu tümevarım yöntemi ile ispatlayınız.

**Ünite Özeti**

Doğru ya da yanlış nesnel bir hüküm bildiren ve aynı zamanda hem doğru hem de yanlış olmayan ifadelere önerme denir.

Matematikte önermeler p, q, r, s, \dots gibi harflerle gösterilir.

Bir p önermesinin doğru olması D veya 1 ile gösterilir

Bir p önermesinin yanlış olması Y veya 0 ile gösterilir.

Bir önermenin doğru ya da yanlış olarak ifade edilmesinin doğruluk değerleri, doğruluk değerlerinin gösterildiği tabloya da doğruluk tablosu denir.

n farklı önermenin 2^n tane farklı sonucu vardır.

Denk Önermeler

Doğruluk değerleri aynı olan iki önermeye denk önermeler denir.

p önermesi q önermesine denk ise $p \equiv q$

p önermesi q önermesine denk değil ise $p \not\equiv q$

Bir Önermenin Değili (Olumsuzu)

Bir önermenin hükmünün değiştirilmesi ile elde edilen yeni önermeye ilk önermenin değili (olumsuzu) denir.

p nin değili p' sembolü ile gösterilir.

Bileşik Önermeler

İki veya daha fazla önermenin “ve, veya, ise, ancak ve ancak” gibi işlemlerle birbirine bağlanmasından oluşan yeni önermelere bileşik önermeler denir.

Veya İşlemi (\vee)

p veya q bileşik önermesi $(p \vee q)$ şeklinde gösterilir.

p ile q önermesinden oluşan $(p \vee q)$ bileşik önermesi, bileşenlerinden en az biri doğru iken doğru, bileşenlerin her ikisinde de yanlış iken yanlıştır.

Veya (\vee) İşleminin Özellikleri

Tek Kuvvet Özelliği: $p \vee p \equiv p$

Değişme Özelliği: $p \vee q \equiv q \vee p$

Birleşme Özelliği: $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

Ve İşlemi

p ve q bileşik önermesi $(p \wedge q)$ şeklinde gösterilir.

p ile q önermesinden oluşan $(p \wedge q)$ bileşik önermesi, bileşenlerinden her ikisi de doğru iken doğru, diğer durumlarda yanlıştır.

Ve İşleminin Özellikleri**Tek Kuvvet Özelliği:** $p \wedge p \equiv p$ **Değişme Özelliği:** $p \wedge q \equiv q \wedge p$ **Birleşme Özelliği:** $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ \wedge nin \vee üzerine soldan dağılma özelliği

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

 \wedge nin üzerine sağdan dağılma özelliği

$$(p \vee q) \wedge r \equiv (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$$

 \vee nin \wedge üzerine sağdan dağılma özelliği

$$(p \wedge q) \vee r \equiv (p \vee r) \wedge (q \vee r)$$

 \vee nin \wedge üzerine soldan dağılma özelliği

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

De Morgan Kuralları**p veya q nun değili:** $(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$ **p ve q nun değili:** $(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$ **Totoloji ve Çelişki**

Bir bileşik önerme bileşenlerinin tüm doğruluk değerleri için 1 (doğru) değerini alıyorsa bu bileşik önermeye totoloji, tüm doğruluk değerleri için 0 (yanlış) değerini alıyorsa bu bileşik önermeye çelişki denir.

İse İşlemi (\Rightarrow)

p ile q önermelerinin ise işlemi ile bağlanmasıyla oluşan bileşik önerme $p \Rightarrow q$ şeklinde yazılır. ve "p ise q" diye okunur.

$p \Rightarrow q$ önermesi p doğru q yanlış iken yanlış, diğer durumlarda doğru olarak tanımlanır.

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

1) $p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$

2) $p \Rightarrow 0 \equiv p'$

3) $0 \Rightarrow p \equiv 1$

4) $p \Rightarrow p \equiv 1$

5) $p \Rightarrow 1 \equiv 1$

6) $1 \Rightarrow p \equiv p$

Koşullu Önerme

İse işlemi ile oluşan $p \Rightarrow q$ bileşik önermesine koşullu önerme denir.

$p \Rightarrow q$ koşullu önermesinde p önermesi q için yeterli koşul, q önermesi de p önermesi için gerekli koşuldur.

Önermenin Karşıtı, Ters ve Karşıt Ters

$p \Rightarrow q$ önermesinin karşıtı $q \Rightarrow p$
 $p \Rightarrow q$ önermesinin tersi $p' \Rightarrow q'$
 $p \Rightarrow q$ önermesinin karşıt tersi $q' \Rightarrow p'$

Ancak ve Ancak İşlemi (\Leftrightarrow)

p ve q iki önerme olmak üzere, $p \Rightarrow q$ ile $q \Rightarrow p$ koşullu önermelerinin \wedge işlemi ile birbirine bağlanmasından oluşur. $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ bileşik önermesine iki yönlü koşullu önerme denir. İki yönlü koşullu önerme $p \Leftrightarrow q$ şeklinde yazılır ve "p ancak ve ancak q" diye okunur.

$p \Leftrightarrow q$ iki yönlü koşullu önermesi p ile q nun doğruluk değerleri aynı iken doğru, farklı iken yanlıştır.

\Leftrightarrow işleminin doğruluk tablosu

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

$p \Leftrightarrow q \equiv 1$ ise $p \equiv q \equiv 1$ veya $p \equiv q \equiv 0$
 $p \Leftrightarrow q \equiv 0$ ise $p \equiv 1, q \equiv 0$ veya $p \equiv 0, q \equiv 1$

Açık Önerme

İçinde en az bir değişken bulunan ve bu değişkenlere verilen değerlere göre doğru ya da yanlış olduğu belirlenebilen ifadelere açık önerme denir.

Niteleyiciler

"Her" ve "Bazı" sözcüklerine niteleyiciler denir.

"Her" niteleyicisi önüne geldiği elemanların tamamını anlattığı için bu niteleyiciye evrensel niteleyici denir ve \forall sembolü ile gösterilir.

"Bazı" niteleyicisi en az bir tane anlamında kullanıldığı için bu niteleyiciye varlıksal niteleyici adı verilir ve \exists sembolü ile gösterilir.

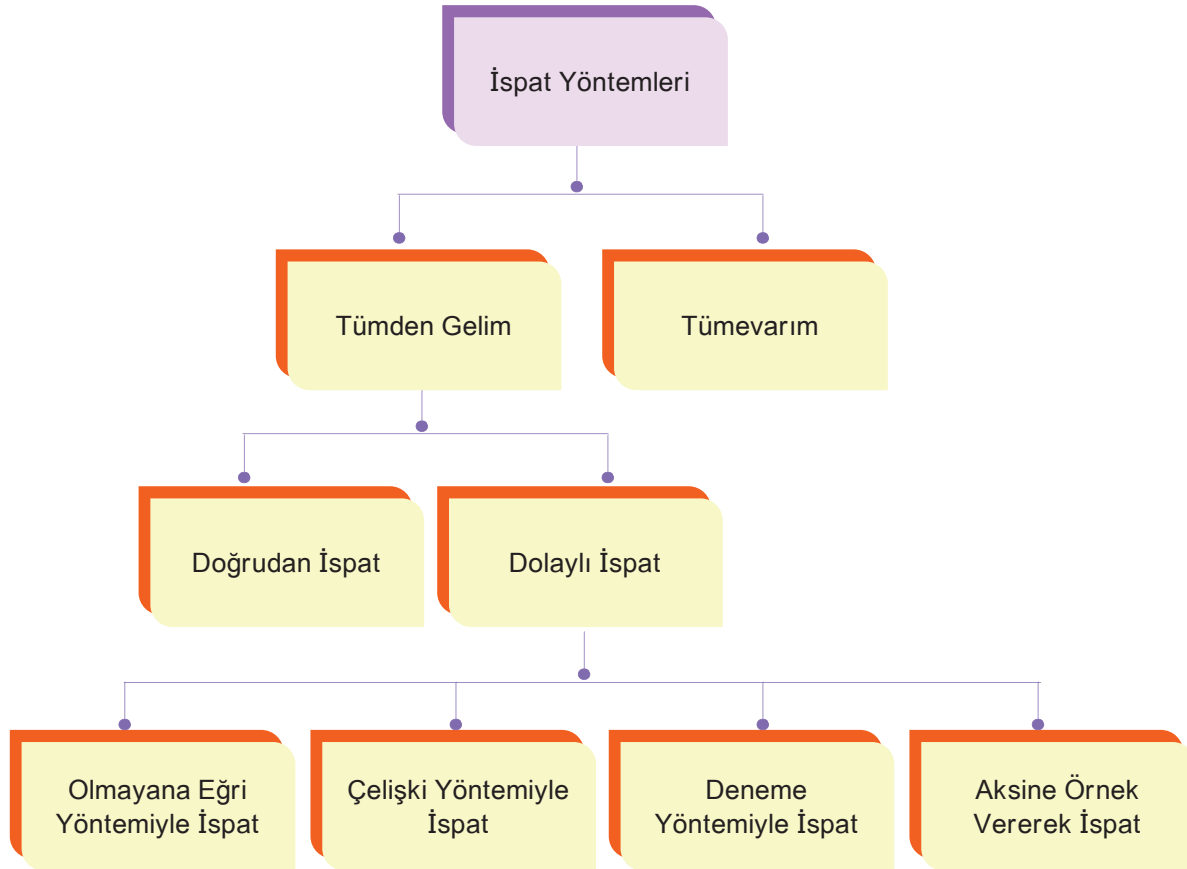
Açık Önermenin Değili

$\exists x, p(x)$ açık önermesinin değili : $\forall x, p'(x)$ tir.

$$[\exists x, p(x)]' \equiv \forall x, p'(x)$$

$\forall x, p(x)$ açık önermesinin değili : $\exists x, p'(x)$ tir.

$$[\forall x, p(x)]' \equiv \exists x, p'(x)$$



Olmayana Ergi Yöntemi

Olmayana ergi yönteminde, teoremin doğru olduğunu ispatlamak yerine teoremin karşıt tersi olan önermeyi ispatlamak yetersizdir.

$$p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$$

Çelişki Yöntemi

Çelişki yöntemi ile ispat yapılırken $p \Rightarrow q$ önermesinin doğruluğunu ispatlamak yerine $(p \Rightarrow q)' \equiv p \wedge q'$ önermesinin yanlış olduğu ispatlanır.

Aksine Örnek Verme Yöntemi

$p \Rightarrow q$ teoreminde, teoremin yanlış olmasını sağlayan bir örnek verilerek yapılan ispat yöntemidir.

Deneme Yoluyla İspat Yöntemi

$p(x)$ önermesinde x değişkenlerine değerler vererek önermenin doğru ya da yanlış olduğuna bakılır.



Ünite Değerlendirme

1. Aşağıdakilerden kaç tanesi önermedir?

- I. $5 - 2 = -3$
- II. En sevdiğim yemek musakka'dır.
- III. Nasılsın?
- IV. En büyük Beşiktaş!
- V. Sınavda başarılı olmak için çok çalışmalı

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. p : " $x \geq 2$ ise $|x - 2| = x - 2$ dir."

q : " $\forall x \in \mathbb{R}$ için $\frac{2+x}{x-1}$ tanımlıdır."

r : " $x = 2$ için $\sqrt{1-x} = 1$ olur."

Yukarıda verilen önermelere göre, aşağıdakilerden hangisinin doğruluk değeri "1" dir?

- A) $r' \wedge (p \wedge q)$
- B) $(p' \vee q) \vee r$
- C) $q \wedge (p' \vee r)$
- D) $q' \vee (p \wedge r)$
- E) $(p' \vee q) \wedge r'$

3.

p	q	q'	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee q'$
1	1	0	x	1
1	0	1	0	y
0	1	0	z	0
0	0	1	0	t

Yukarıda verilen doğruluk tablosuna göre, $x + y + z + t$ kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $p \vee q' \equiv 0$
 $r' \wedge s \equiv 1$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi bir fotolodur?

- A) $(p \vee s) \wedge (q' \wedge r)$
- B) $(q \wedge s) \wedge p$
- C) $(s' \vee q) \vee (q' \vee p)$
- D) $(r' \vee q) \wedge (p' \vee r)$
- E) $(p \wedge q) \wedge (r' \vee s')$

5. $p \equiv 1$ ve $q \equiv 1$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima çelişkidir?

- A) $(p \vee q)$
- B) $(p \wedge q) \vee r$
- C) $(p \vee q') \wedge r$
- D) $(q \vee r') \wedge p'$
- E) $(p \vee q) \wedge r$

6. $(p \vee q)' \Rightarrow (r \Rightarrow s) \equiv 0$

olduğuna göre,

$$(q \Rightarrow r') \Leftrightarrow (s' \Rightarrow p)$$

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) p
- B) r
- C) s
- D) 0
- E) 1

7. $r \equiv 1$ olmak üzere,

$$[p \wedge (p \Rightarrow r')] \vee [r \vee q]$$

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) p
- B) q
- C) 1
- D) 0
- E) $p \vee q$

8. p, q ve r önermelerinin değilleri sırasıyla p', q', r' ile gösterildiğine göre, aşağıdakilerden hangisi $p \vee q \Rightarrow q \wedge r$ önermesine denktir?

- A) $p' \wedge q' \Rightarrow r'$
- B) $p' \wedge q' \Rightarrow q' \wedge r'$
- C) $p' \vee q' \Rightarrow q' \wedge r'$
- D) $q' \wedge r' \Rightarrow p' \vee q'$
- E) $q' \vee r' \Rightarrow p' \wedge q'$

9. "Bu yaz tatil yapacaksam, bugün maaşımı almalyım."

ifadesinin karşıt tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Bu yaz tatil yapamayacaksam, bugün maaşımı alırım.
 B) Bu gün maaşımı alamazsam, bu yaz tatil yapamam.
 C) Bugün maaşımı alabilirsem, bu yaz tatil yapabiliyim.
 D) Bu yaz tatil yapamazsam, bugün maaş alamam.
 E) Bugün maaş alamazsam, bu yaz işi bırakırım.

10. $(x^2 + x - 6 = 0) \Leftrightarrow (x = -3 \text{ veya } x = 2)$
 bileşik önermesine aşağıdaki önermelerden hangisi ya da hangileri denktir?

- I. $(x \neq -3 \text{ veya } x \neq -2) \Leftrightarrow (x^2 + x - 6 = 0)$
 II. $(x \neq -3 \text{ veya } x \neq -2) \Leftrightarrow (x^2 + x - 6 \neq 0)$
 III. $x^2 + x - 6 \neq 0 \Leftrightarrow (x \neq -3 \text{ veya } x \neq 2)$

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) I, II ve III

11. $(\exists x \in \mathbb{Z}, |x + 1| < 2) \vee (\forall x \in \mathbb{N}^+, x^2 + 2 \geq 0)$
 açık önermesinin değili aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $(\exists x \in \mathbb{Z}, |x + 1| \geq 2) \vee (\forall x \in \mathbb{N}^+, x^2 + 2 < 0)$
 B) $(\forall x \in \mathbb{Z}, |x + 1| \geq 2) \wedge (\exists x \in \mathbb{N}^+, x^2 + 2 < 0)$
 C) $(\forall x \in \mathbb{Z}, |x + 1| \geq 2) \vee (\exists x \in \mathbb{N}^+, x^2 + 2 < 0)$
 D) $(\exists x \in \mathbb{N}^+, x^2 + 2 < 0) \vee (\forall x \in \mathbb{Z}, x + 1 \geq 2)$
 E) $(\exists x \notin \mathbb{Z}, |x + 1| \geq 2) \wedge (\forall x \notin \mathbb{N}^+, x^2 + 2 < 0)$

12. "Mutlak değeri 5 olan sayılardan biri -5 tir." önermesi veriliyor.

Buna göre, bu önermenin sembolik yazılımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\forall x \in \mathbb{Z}, x = -5 \Rightarrow |x| = 5$
 B) $\forall x \in \mathbb{R}, |x| = 5 \Rightarrow x = -5$
 C) $\exists x \in \mathbb{Z}, x = -5 \Rightarrow |x| = 5$
 D) $\exists x \in \mathbb{R}, |x| = 5 \Rightarrow x = -5$
 E) $\exists x \in \mathbb{Z}, |x| = 5 \Rightarrow x = -5$

13. $p : a = 0$
 $q : a + b = 0$
 $r : a \cdot b = 0$

önermeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki koşullu önermelerden hangisi doğrudur?

- A) $r \Rightarrow p$ B) $p \Rightarrow r$ C) $q \Rightarrow p$
 D) $p \Rightarrow q$ E) $q \Rightarrow r$

14. $p \Rightarrow (q \wedge r)$
 bileşik önermesinin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p' \Rightarrow (q \vee r)$ B) $p' \Rightarrow (q' \vee r')$
 C) $p' \Rightarrow (q \vee r)$ D) $p \Rightarrow (q' \vee r)$
 E) $p \Rightarrow (q \vee r')$

15. $p : \sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{8}$
 $q : \sqrt{5} - \sqrt{3} = \sqrt{2}$
 $r : \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{15}$

önermeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki bileşik önermelerinden hangisi doğrudur?

- A) $p \wedge (r \vee q)$ B) $(p \vee q) \wedge r$
 C) $r \Rightarrow (p \wedge q)$ D) $p \vee (r \Rightarrow q)$
 E) $p \Rightarrow (q \wedge r)$

16. $p : x = 0$
 $q : y = 0$

önermeleri veriliyor.

Buna göre, x ve y gerçel sayıları için

- I. $x \cdot y = 0$
 II. $x + y = 0$
 III. $x^2 + y^2 = 0$

önermelerinden hangileri $p \wedge p$ önermesine denktir?

- A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve II
 D) I ve III E) II ve III



Notlarım

A large grid area for taking notes, consisting of a 20x20 grid of small squares.

A large empty rectangular box for additional notes or a drawing.